CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2018

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY	
KOD	PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2018 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY	
Uprawnienia zdającego do:	
☐	dostosowania kryteriów oceniania
☐	nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-182

MMA 2018

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dane są liczby: $a = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$, $b = \frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$, $c = \sqrt[4]{8}$, $d = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ oraz $k = 2^{-\frac{1}{4}}$. Prawdziwa jest równość

A. $k = a$ **B.** $k = b$ **C.** $k = c$ **D.** $k = d$

Zadanie 2. (0–1)

Równanie $||x| - 2| = |x| + 2$

A. nie ma rozwiązań.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma dokładnie cztery rozwiązania.

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $2\log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$ jest równa

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 4. (0–1)

Granica $\lim\limits_{x \to 3^-} \frac{-x+2}{x^2 - 5x + 6}$ jest równa

A. $-\infty$ **B.** -1 **C.** 0 **D.** $+\infty$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 5. (0–2)

Punkt $A=(-5,3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x)=\frac{ax+7}{x+d}$, gdy $x \neq -d$. Oblicz iloraz $\frac{d}{a}$.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

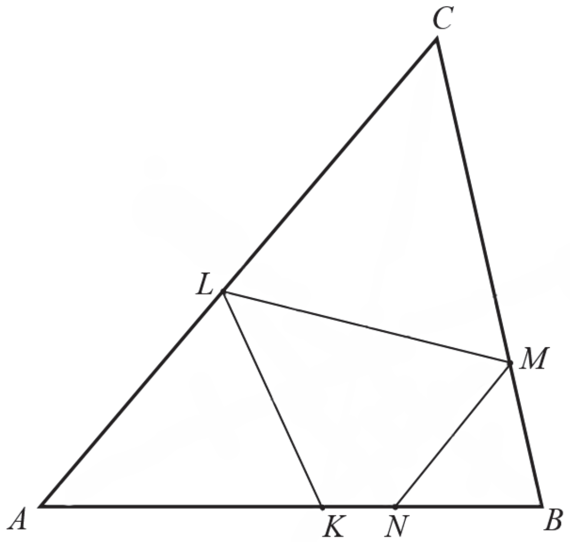
Zadanie 6. (0–3)

Styczna do paraboli o równaniu $y=\sqrt{3}x^2-1$ w punkcie $P=(x_0, y_0)$ jest nachylona do osi Ox pod kątem $30°$. Oblicz współrzędne punktu P.

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–3)

Trójkąt ABC jest ostrokątny oraz $|AC|>|BC|$. Dwusieczna d_C kąta ACB przecina bok AB w punkcie K. Punkt L jest obrazem punktu K w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_A kąta BAC, punkt M jest obrazem punktu L w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_C kąta ACB, a punkt N jest obrazem punktu M w symetrii osiowej względem dwusiecznej d_B kąta ABC (zobacz rysunek).



Udowodnij, że na czworokącie $KNML$ można opisać okrąg.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator</td><td>Nr zadania</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i dla każdej liczby całkowitej m liczba $k^3m - km^3$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 9. (0–4)

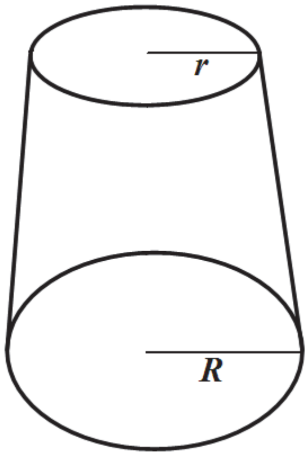
Z liczb ośmioelementowego zbioru $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ tworzymy ośmiowyrazowy ciąg, którego wyrazy się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie liczby parzyste nie są sąsiednimi wyrazami utworzonego ciągu. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Objętość stożka ściętego (przedstawionego na rysunku) można obliczyć ze wzoru $V = \frac{1}{3}\pi H\left(r^2 + rR + R^2\right)$, gdzie r i R są promieniami podstaw ($r < R$), a H jest wysokością bryły. Dany jest stożek ścięty, którego wysokość jest równa 10, objętość 840π, a $r = 6$. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego tej bryły do jednej z jej podstaw.



Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin 6x + \cos 3x = 2\sin 3x + 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–6)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+(m+1)x-m^2+1=0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 ($x_1 \neq x_2$), spełniające warunek $x_1^3+x_2^3>-7x_1x_2$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–4)

Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_3 + a_6 = -84 \\ a_4 + a_7 = 168 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę n początkowych wyrazów tego ciągu, których suma S_n jest równa 32769.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Punkt $A=(7,-1)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego *ABC*, w którym $|AC|=|BC|$. Obie współrzędne wierzchołka *C* są liczbami ujemnymi. Okrąg wpisany w trójkąt *ABC* ma równanie $x^2+y^2=10$. Oblicz współrzędne wierzchołków *B* i *C* tego trójkąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

a) Wyznacz wszystkie wartości a, dla których istnieje trapez o podanych własnościach.

b) Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a)=\dfrac{4a^2-8a+8}{a}$.

c) Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*